

Πρόταση - Προσχέδιο Διδακτορικής Διατριβής

Θέμα για Εκπόνηση Διδακτορικής Διατριβής

Βελτιωμένα Διαγράμματα Ελέγχου για την Παρακολούθηση Γενικευμένα Διογκωμένων Διεργασιών

English Title: Improved Control Charts for Monitoring Generally Inflated Processes

Πρόταση:

Τα διαγράμματα ελέγχου αποτελούν το πιο σημαντικό εργαλείο του στατιστικού ελέγχου διεργασιών (ΣΕΔ). Χρησιμοποιούνται για την παρακολούθηση διεργασιών, με σκοπό την έγκαιρη ανίχνευση αλλαγών στις παραμέτρους αυτών. Αρχικά, ξεκίνησαν να εφαρμόζονται στη βιομηχανία, για την παρακολούθηση του ποσοστού των ελαττωματικών αντικειμένων που παράγει μια διεργασία. Πλέον, έχουν επεκταθεί σε διάφορες περιοχές της εφαρμοσμένης έρευνας όπως στη δημοσία υγεία (Public Health), στη βιοεπιτήρηση (Biosurveillance), την αξιοπιστία συστημάτων (System Reliability) και τα Κοινωνικά Δίκτυα (Social Networking).

Το πιο συχνά χρησιμοποιούμενο διάγραμμα ελέγχου προτάθηκε από τον W. A. Shewhart τη δεκαετία του 1920 και αποτελεί μια γραφική αναπαράσταση μιας σειράς σημείων (τιμές στατιστικής συνάρτησης) στο επίπεδο, μαζί με την ταυτόχρονη απεικόνιση γραμμών οι οποίες αποτελούν τα λεγόμενα όρια ελέγχου (*control limits*). Ανάλογα με το που αναπαρίστανται τα σημεία στο επίπεδο (π.χ. είτε εντός του διαστήματος που ορίζουν τα όρια ελέγχου, είτε εκτός), ο χρήστης λαμβάνει σε κάθε χρονική στιγμή μια απόφαση σχετικά με το αν η διεργασία βρίσκεται εντός ή εκτός στατιστικού ελέγχου. Όταν για πρώτη φορά το διάγραμμα δώσει ένδειξη εκτός ελέγχου διεργασίας, η παρακολούθηση σταματά και ξεκινά έρευνα προκειμένου να βρεθούν και να απομονωθούν τα αίτια (αν πράγματι υπάρχουν) που οδήγησαν σε ένδειξη για διεργασία εκτός στατιστικού ελέγχου.

Δύο βασικές κατηγορίες διαγραμμάτων ελέγχου είναι τα διαγράμματα ελέγχου για μεταβλητές (*control charts for variables*) και τα διαγράμματα ελέγχου για ιδιότητες (*control charts for attributes*). Η συνήθης υπόθεση είναι ότι οι μετρήσεις που λαμβάνονται για την κατασκευή ενός διαγράμματος ελέγχου προέρχονται από την Κανονική κατανομή. Όμως σε πολλές περιπτώσεις, δεν είναι δυνατή η καταγραφή μιας αριθμητικής/ποσοτικής τιμής. Σε εκείνες τις περιπτώσεις καταγράφεται η παρουσία ή η απουσία ενός ή περισσότερων χαρακτηριστικών και τα διαθέσιμα δεδομένα είναι διακριτής φύσης όπως π.χ. ο αριθμός των ελαττωματικών αντικειμένων σε ένα δείγμα προϊόντων από την παραγωγή, ο αριθμός των ελαττωμάτων σε μια επιφάνεια, ο ημερήσιος αριθμός νέων λοιμώξεων σε μια συγκεκριμένη περιοχή κλπ. Σε αυτές τις περιπτώσεις, η ανάπτυξη των διαγραμμάτων ελέγχου βασίζεται σε διακριτά μοντέλα πιθανοτήτων, όπως η κατανομή Poisson και η διωνυμική κατανομή. Λόγω της πολυπλοκότητας των σύγχρονων διεργασιών, στις οποίες παρατηρείται χαμηλός ρυθμός εμφάνισης ελαττωματικών αντικειμένων (*high-yield processes*), υπερμεταβλητότητα (*overdispersion*) και υπομεταβλητότητα (*underdispersion*), έχουν αναπτυχθεί διαγράμματα ελέγχου για πιο πολύπλοκες διακριτές κατανομές, όπως το μοντέλο της Γενικευμένα Διογκωμένης Κατανομής Poisson (Rakitzis et al. (2016)) αλλά και τα μοντέλα κατανομής Poisson (Zero-inflated Poisson,) και Μηδενο-διογκωμένης διωνυμικής κατανομής (Zero-inflated Binomial).

Είναι γνωστό ότι τα διαγράμματα ελέγχου Shewhart δεν είναι ευαίσθητα στην ανίχνευση μικρών αλλαγών στις παραμέτρους μιας διεργασίας. Για το λόγο αυτό, έχουν προταθεί βελτιωμένα διαγράμματα όπως τα διαγράμματα ελέγχου με συμπληρωματικούς κανόνες ροών (*control charts*

with supplementary runs rules), διαγράμματα ελέγχου συσσωρευμένων αθροισμάτων (cumulative sum ή CUSUM control charts) και διαγράμματα ελέγχου εκθετικά σταθμισμένων κινητών μέσων (exponentially weighted moving average ή EWMA control charts).

Η παρούσα διδακτορική διατριβή στοχεύει στην ανάπτυξη βελτιωμένων διαγραμμάτων ελέγχου για Γενικευμένα Διογκωμένες Διεργασίες (*Generally Inflated Processes*), τα οποία θα βελτιώσουν την απόδοση των ήδη διαθέσιμων διαγραμμάτων που έχουν προταθεί από τους Rakitzis et al. (2016b, 2018). Ειδικότερα, θα αναπτυχθούν δίπλευρα διαγράμματα ελέγχου με συμπληρωματικούς κανόνες διακοπής που βασίζονται στη θεωρία ροών και σχηματισμών. Στα διαγράμματα αυτά θα εφαρμόζεται συνδυασμός κανόνων (*combined rules*) και στόχος είναι η ανίχνευση αλλαγών στο μέσο επίπεδο της διεργασίας, είτε αυξήσεων, είτε μειώσεων. Επίσης, θα μελετηθεί και η απόδοση δίπλευρων διαγραμμάτων ελέγχου τύπου EWMA για την παρακολούθηση Γενικευμένα Διογκωμένων διεργασιών, στα οποία οι τιμές της στατιστικής συνάρτησης που απεικονίζεται στο διάγραμμα, να λαμβάνει μόνο ακέραιες τιμές.

Επίσης, λόγω του ότι στα μοντέλα των Γενικευμένα Διογκωμένων κατανομών, υπάρχουν 2 ή και περισσότερες παράμετροι, θα αναπτυχθούν κατάλληλα διαγράμματα ελέγχου με σκοπό την ταυτόχρονη παρακολούθηση (*joint monitoring*) της διεργασίας και ανίχνευση αλλαγών σε όλες τις παραμέτρους αυτής.

Για την ανάπτυξη και μελέτη των παραπάνω διαγραμμάτων ελέγχου θα χρησιμοποιηθεί η μεθοδολογία της εμφύτευσης σε Μαρκοβιανή αλυσίδα (Markov chain imbedding technique, Fu and Koutras 1994, Fu and Lou 2003) αλλά και η προσομοίωση Monte Carlo.

Βιβλιογραφία

Alevizakos, V., & Koukouvinos, C. (2019). Monitoring of zero-inflated Poisson processes with EWMA and DEWMA control charts. *Quality and Reliability Engineering International*.

Aly, A. A., Saleh, N. A., & Mahmoud, M. A. (2019). An adaptive EWMA control chart for monitoring zero-inflated Poisson processes. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 1-14.

Antzoulakos, D. L., & Rakitzis, A. C. (2008). The modified r out of m control chart. *Communications in Statistics—Simulation and Computation*, 37(2), 396-408.

Champ, C. W., & Woodall, W. H. (1987). Exact results for Shewhart control charts with supplementary runs rules. *Technometrics*, 29(4), 393-399.

Fu, J. C., & Koutras, M. V. (1994). Distribution theory of runs: a Markov chain approach. *Journal of the American Statistical Association*, 89(427), 1050-1058.

Fu, J. C., & Lou, W. W. (2003). Distribution theory of runs and patterns and its applications: a finite Markov chain imbedding approach. World Scientific.

He, S., Huang, W., & Woodall, W. H. (2012). CUSUM charts for monitoring a zero-inflated poisson process. *Quality and Reliability Engineering International*, 28(2), 181-192.

He, S., Li, S., & He, Z. (2014). A combination of CUSUM charts for monitoring a zero-inflated Poisson process. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 43(10), 2482-2497.

Koutras, M. V., Bersimis, S., & Maravelakis, P. E. (2007). Statistical process control using Shewhart control charts with supplementary runs rules. *Methodology and Computing in Applied Probability*, 9(2), 207-224.

Lucas, J. M., Davis, D. J., & Saniga, E. M. (2006). Detecting improvement using Shewhart attribute control charts when the lower control limit is zero. *IIE Transactions*, 38(8), 699-709.

Mahmood, T., & Xie, M. (2019). Models and monitoring of zero-inflated processes: The past and current trends. *Quality and Reliability Engineering International*.

Montgomery, D. C. (2009). *Statistical quality control*, 7th Edition, New York: Wiley.

Rakitzis, A. C., Castagliola, P., & Maravelakis, P. E. (2016a). A two-parameter general inflated Poisson distribution: Properties and applications. *Statistical Methodology*, 29, 32-50.

Rakitzis, A. C., Castagliola, P., & Maravelakis, P. E. (2016b). On the modelling and monitoring of general inflated Poisson processes. *Quality and Reliability Engineering International*, 32(5), 1837-1851.

Rakitzis, A. C., Castagliola, P., & Maravelakis, P. E. (2018). Cumulative sum control charts for monitoring geometrically inflated Poisson processes: An application to infectious disease counts data. *Statistical methods in medical research*, 27(2), 622-641.

Wu, S., Castagliola, P., & Khoo, M. B. (2016). Run rules based phase II c and np charts when process parameters are unknown. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 45(4), 1182-1197.